

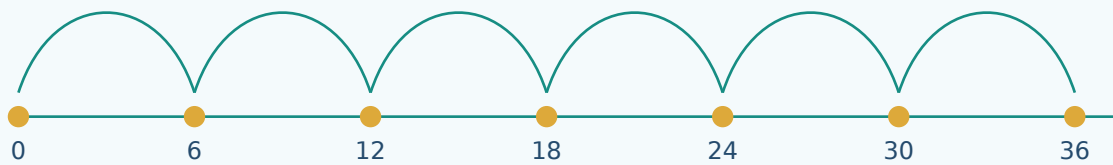
UNIDAD 4 · DIVISIBILIDAD

Matemáticas · 6.º de Primaria | Apuntes completos e ilustrados | ProfeLuci ☐

1. Múltiplos de un número

Los múltiplos se obtienen al multiplicar un número por 0, 1, 2, 3, 4... Por ejemplo: $6 \times 0 = 0$; $6 \times 1 = 6$; $6 \times 2 = 12$; $6 \times 3 = 18$; $6 \times 4 = 24$; $6 \times 5 = 30$.

Múltiplos de 6: saltos iguales



Propiedades: cada número es múltiplo de sí mismo; el cero es múltiplo de cualquier número natural distinto de cero; cada número positivo tiene infinitos múltiplos. Si $42 \div 7 = 6$ (resto 0), 42 es múltiplo de 7. En cambio, 43 no lo es.

2. Divisores de un número

Un divisor divide exactamente a otro número, sin dejar resto. Los divisores de 12 son 1, 2, 3, 4, 6 y 12. Por ejemplo, $12 \div 3 = 4$, pero $12 \div 5$ tiene resto 2, así que 5 no es divisor de 12.

Propiedades: 1 divide a todos los números naturales; cada número positivo se divide a sí mismo; un número positivo tiene una cantidad finita de divisores positivos.

Si $5 \times 8 = 40$, entonces 40 es múltiplo de 5 y de 8; a la vez, 5 y 8 son divisores de 40.

3. Cómo calcular todos los divisores

Buscamos parejas de números cuyo producto sea el número dado. Cuando las parejas se repiten, hemos terminado. Finalmente, escribimos los divisores ordenados.

Parejas de factores de 36

$$1 \times 36 = 36$$

$$2 \times 18 = 36$$

$$3 \times 12 = 36$$

$$4 \times 9 = 36$$

$$6 \times 6 = 36$$

Divisores de 36: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 y 36. Otro ejemplo: $20 = 1 \times 20 = 2 \times 10 = 4 \times 5$; sus divisores son 1, 2, 4, 5, 10 y 20.

4. Criterios de divisibilidad

Son reglas que nos permiten saber si un número se puede dividir exactamente entre otro sin realizar toda la división.

Divisible por	Regla	Ejemplo
2	Termina en 0, 2, 4, 6 u 8	246
3	La suma de sus cifras es múltiplo de 3	234: $2+3+4=9$
5	Termina en 0 o 5	375
4	Sus dos últimas cifras son múltiplo de 4	$316 \rightarrow 16$
6	Es divisible por 2 y por 3	126
9	La suma de sus cifras es múltiplo de 9	729: $7+2+9=18$
10	Termina en 0	270

Ejemplo: 270 es divisible por 2 (termina en 0), por 3 ($2 + 7 + 0 = 9$), por 5 (termina en 0), por 6 (cumple 2 y 3), por 9 (suma 9) y por 10 (termina en 0).

5. Números primos y compuestos

Un número primo tiene exactamente dos divisores positivos: 1 y él mismo. Ejemplos: 2, 3, 5, 7 y 11. Un número compuesto tiene más de dos divisores positivos. Ejemplos: 4, 6, 8, 9 y 12.

El 1 no es primo ni compuesto. El 2 es el único número primo par.

Criba de Eratóstenes

Para encontrar los primos hasta 50, tachamos el 1; rodeamos el 2 y eliminamos sus múltiplos mayores que 2; repetimos con 3, 5 y 7. Los números sin tachar son primos.

Números primos del 1 al 50 (marcados en verde)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

6. Descomposición en factores primos

Descomponer un número significa escribirlo como producto de números primos. Dividimos sucesivamente entre el menor primo posible hasta llegar a 1.

Descomposición de 60 en factores primos

60	2	
30	2	
15	3	
5	5	
1		

$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$
 $60 = 2^2 \times 3 \times 5$

Otros ejemplos: $24 = 2^3 \times 3$; $36 = 2^2 \times 3^2$; $45 = 3^2 \times 5$; $72 = 2^3 \times 3^2$. Los factores deben ser primos.

7. Mínimo común múltiplo (m.c.m.)

El m.c.m. es el menor múltiplo positivo común a dos o más números.

Método 1: listar múltiplos

Múltiplos de 4: 0, 4, 8, 12, 16, 20, 24... Múltiplos de 6: 0, 6, 12, 18, 24... Por tanto, $\text{m.c.m.}(4, 6) = 12$. No elegimos el 0.

Método 2: factores primos

Paso 1. Descomponemos: $12 = 2^2 \times 3$ y $18 = 2 \times 3^2$.

Paso 2. Tomamos todos los factores primos, comunes y no comunes, con el mayor exponente: 2^2 y 3^2 .

Paso 3. Multiplicamos: $\text{m.c.m.}(12, 18) = 2^2 \times 3^2 = 4 \times 9 = 36$.

Otro ejemplo: $8 = 2^3$; $20 = 2^2 \times 5$. Por tanto, $\text{m.c.m.}(8, 20) = 2^3 \times 5 = 40$.

Problema resuelto: autobuses

Un autobús pasa cada 12 minutos y otro cada 18 minutos. Salen juntos a las 10:00. ¿Cuándo coincidirán otra vez? Como buscamos una coincidencia periódica, usamos el m.c.m.: 36 minutos. Respuesta: a las 10:36.

8. Máximo común divisor (m.c.d.)

El m.c.d. es el mayor divisor positivo común a dos o más números.

Método 1: listar divisores

Divisores de 12: 1, 2, 3, 4, 6, 12. Divisores de 18: 1, 2, 3, 6, 9, 18. Los comunes son 1, 2, 3 y 6. El mayor es 6: $\text{m.c.d.}(12, 18) = 6$.

Método 2: factores primos

Paso 1. Descomponemos: $24 = 2^3 \times 3$ y $36 = 2^2 \times 3^2$.

Paso 2. Tomamos solo los factores primos comunes con el menor exponente: 2^2 y 3.

Paso 3. Multiplicamos: $\text{m.c.d.}(24, 36) = 2^2 \times 3 = 12$.

Otro ejemplo: $30 = 2 \times 3 \times 5$; $45 = 3^2 \times 5$. Por tanto, $\text{m.c.d.}(30, 45) = 3 \times 5 = 15$.

Problema resuelto: bolsas de caramelos

Tenemos 24 caramelos de fresa y 36 de limón. Queremos el mayor número posible de bolsas idénticas sin que sobre ninguno. $\text{m.c.d.}(24, 36) = 12$. Podemos hacer 12 bolsas con $24 \div 12 = 2$ de fresa y $36 \div 12 = 3$ de limón por bolsa.

9. Cómo diferenciar m.c.m. y m.c.d.

m.c.m.

Coincidencias y repeticiones

8 y 12 → 24

m.c.d.

Repartos y agrupaciones

8 y 12 → 4

m.c.m.: factores comunes y no comunes con el mayor exponente. Suele servir para repeticiones, horarios y coincidencias.

m.c.d.: solo factores comunes con el menor exponente. Suele servir para agrupaciones iguales y piezas del mayor tamaño posible.

Comparación con 8 y 12: $8 = 2^3$; $12 = 2^2 \times 3$. $\text{m.c.m.}(8, 12) = 2^3 \times 3 = 24$. $\text{m.c.d.}(8, 12) = 2^2 = 4$. Hay que entender la pregunta: las palabras clave por sí solas no bastan.

10. Problemas resueltos para practicar

Campanas

Una campana suena cada 8 minutos y otra cada 12. Si coinciden a las 9:00, ¿cuándo volverán a sonar juntas? $m.c.m.(8,12) = 24$. Respuesta: a las 9:24.

Equipos deportivos

Hay 18 niños y 24 niñas. Queremos formar el mayor número de equipos idénticos, con el mismo número de niños y niñas en cada equipo. $m.c.d.(18,24) = 6$. 6 equipos, con 3 niños y 4 niñas cada uno.

Luces de Navidad

Una luz parpadea cada 6 segundos y otra cada 10. $m.c.m.(6,10) = 30$. Coinciden cada 30 segundos.

Cintas para lazos

Dos cintas miden 48 cm y 60 cm. Se cortan en trozos iguales, lo más largos posible, sin desperdiciar nada. $m.c.d.(48,60) = 12$. Cada trozo mide 12 cm. Obtenemos 4 y 5 trozos, respectivamente.

★. Resumen final

Concepto	Idea clave
Múltiplos	Se obtienen multiplicando; hay infinitos.
Divisores	Dividen exactamente; hay un número finito.
Divisibilidad por 2, 3 y 5	Par; suma de cifras múltiplo de 3; termina en 0 o 5.
Primos y compuestos	Exactamente 2 divisores; más de 2 divisores.
Factores primos	Producto de números primos.
m.c.m.	Todos los factores, exponentes mayores.
m.c.d.	Solo factores comunes, exponentes menores.